

Задание 8 тоже достаточно давно в ЕГЭ. Оно проверяет: «знание основных понятий и методов, используемых при измерении количества информации». В спецификации сказано, что для выполнения задания – не требуется использование специализированного программного обеспечения. Примерное время, отводимое на выполнение 4 минуты. Задание также базового уровня.

Начнем со старого задания из Демо-версии 2021 года.

Р-11 (демо-2021). Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует трёхбуквенные слова, в которых могут быть только буквы Ш, К, О, Л, А, причём буква К появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение (теоретическое):

- 1) буква К может стоять на одном из трёх мест, остальные две буквы выбираются из оставшихся четырёх: Ш, О, Л или А
- 2) пусть К – первая буква, тогда оставшиеся две буквы можно выбрать $4^2 = 16$ способами
- 3) так как К может стоять на одной из трёх позиций, общее количество подходящих слов – $3 \cdot 16 = 48$
- 4) Ответ: **48**.

№2. Вася составляет 3-буквенные слова, в которых есть только буквы В, Е, С, Н, А, причём буква А используется в каждом слове хотя бы 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Решение:

- 1) количество слов с буквой А можно вычислить как разность между количеством всех возможных слов и количеством слов, в которых нет буквы А
- 2) количество всех слов $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$ (на любой из 3-х позиций может стоять любая из 5 букв)
- 3) количество слов, в которых нет буквы А равно $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$ (на любой из 3-х позиций может стоять любая из 4 букв, кроме А)
- 4) получается $125 - 64 = 61$ слово, в котором есть буква А (она или несколько)
- 5) Ответ: **61**.

№3. Вася составляет 5-буквенные коды из букв К, А, Л, И, Й. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и не может содержать сочетания ИА. Сколько различных кодов может составить Вася?

Решение:

Количество слов без буквы Й на первом месте: $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$

Нужно вычесть сочетание ИА

$ИА \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, $2 \cdot ИА \cdot 2 \cdot 1 = 4$, $2 \cdot 2 \cdot ИА \cdot 1 = 4$, $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot ИА = 4$

Итого: $96 - (6 + 4 + 4 + 4) = 96 - 18 = 78$

№4 Тимофей составляет 5-буквенные коды из букв Т, И, М, О, Ф, Е, Ы. Буква Т должна входить в код не менее одного раза, а буква Ы — не более одного раза. Сколько различных кодов может составить Тимофей?

Решение:

БЕЗ Ы:

Всего слов без буквы Ы: $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 7776$.

Вычтем из этого числа количество слов, в которых не встречается буква Т:

$$7776 - 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 4651$$

Итого слов без Ы, где хотя бы одна буква Т: 4651

С одной Ы:

Всего слов, в которых буква Ы встречается один раз на первом месте, равно $1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$. Букву Ы можно поставить на первое, второе, третье, четвертое и пятое места, значит, всего таких слов $5 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6480$. Всего слов, в которых буква Ы встречается один раз на первом месте, а буква Т не встречается вообще, равно $1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Букву Ы можно поставить на первое, второе, третье, четвертое и пятое места, значит, всего таких слов $5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$. Таким образом, количество слов, в которых буква Т встречается хотя бы один раз, а буква Ы ровно один раз, равно $6480 - 3125 = 3355$ слов. Тогда ответ — $4651 + 3355 = 8006$.

№5. Определите количество пятизначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6.

Решение:

В восьмеричной системе счисления всего восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Пусть цифра 6 стоит на первом месте, на втором месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях может стоять любая из семи оставшихся цифр. Всего чисел получится $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 1029$.

Пусть цифра 6 стоит на втором месте. Тогда на первом месте могут стоять другие два чётных числа (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля). На третьем месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях могут стоять любые из 7 цифр. Всего чисел получится $2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 294$.

Пусть цифра 6 стоит на третьем месте. Тогда на втором и четвертом месте может стоять любая из оставшихся чётных цифр, на первом месте может стоять любая из 6 цифр (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля), а на оставшихся позициях может стоять любая из 7 цифр. Всего чисел получится $6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 = 378$. Столько же чисел получится, если поставить цифру 6 на четвертое место.

Пусть цифра 6 стоит на последнем месте, на четвертом месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях, кроме первой, может стоять любая из семи оставшихся цифр. На первом месте может стоять любая из 6 цифр (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля). Всего чисел получится $6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 1 = 882$.

Таким образом, можно составить всего $1029 + 378 \cdot 2 + 294 + 882 = 2961$.

